

广东工业大学

2019 年博士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(2027) 离散数学及其应用

满分 100 分

(考生注意：答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！)

一、单项选择和填空题 (每小题 5 分, 共 40 分)

1. 设 $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$, 下列各式哪个是错的? ()
A. $\emptyset \subseteq A$ B. $\{6, 7, 8\} \in A$ C. $\{\{4, 5\}\} \subseteq A$ D. $\{1, 2, 3\} \subset A$
2. 设个体域为整数集, 下面公式中哪个值为真 ()
A. $(\forall x)(\exists y)(x + y = 0)$ B. $(\exists y)(\forall x)(x + y = 0)$
C. $(\forall x)(\forall y)(x + y = 0)$ D. $\neg(\exists x)(\exists y)(x + y = 0)$
3. 下列函数是单射的为 ()
A. $f : N - \{0\} \rightarrow R, f(x) = \log_{10} x$ B. $f : Z \rightarrow N, f(x) = |x|$
C. $f : R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2x - 15$ D. $f : Z \rightarrow N, f(x) = |2x| + 1$
4. 设 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$, 下列 A 到 B 的二元关系中能构成函数是 ()
A. $\{<1, 7>, <3, 3>, <3, 5>\}$ B. $\{<1, 1>, <2, 5>, <2, 7>, <3, 3>\}$
C. $\{<1, 3>, <2, 7>, <3, 7>\}$ D. $\{<1, 1>, <2, 5>, <2, 7>\}$
5. 设有向图 D 的邻接矩阵为
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

则 D 中从结点 V_1 到 V_3 长度为 3 的通路有 _____ 条。
6. 公式 $\neg((P \wedge Q) \vee R) \rightarrow R$ 的主析取范式为 _____。
7. 设一棵树 T 有 2 个度数为 4 的结点, 3 个度数为 2 的结点, 其余结点均为树叶, 则这棵树有 _____ 片树叶。
8. 设 $\Sigma = \{a, b\}$ 上的语言为 $L = \{a^{n+2}b^n : n \geq 0\}$, 则语言 L^2 中的元素为 _____
_____ (至少写 4 个元素)。

二、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

9. 用命题逻辑方法证明

前提: $P \rightarrow (Q \rightarrow R), R \rightarrow (Q \rightarrow S)$

结论: $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$

10. 将下面命题符号化，并用谓词逻辑方法证明其正确性。

有理数和无理数都是实数。虚数不是实数。因此，虚数既不是有理数，也不是无理数（个体域为全总个体域）。

11. 设 R 是集合 A 上的一个具有传递和自反性质的关系， T 是 A 上的关系，使得

$\langle a, b \rangle \in T \Leftrightarrow \langle a, b \rangle \in R \text{ 且 } \langle b, a \rangle \in R$ ，证明 T 是 A 上的等价关系。

12. 设集合 $A = \{2, 5, 10, 20, 30, 40, 60, 120\}$ ， R 是 A 上的整除关系。

(1) 画出该偏序集的哈斯图；

(2) 求 $\{10, 20, 30\}$ 的最大元，最小元，极大元，极小元，上界，下界，上确界，下确界。

13. 给定下述 2 个图，请回答以下问题：

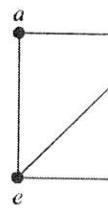


图 1

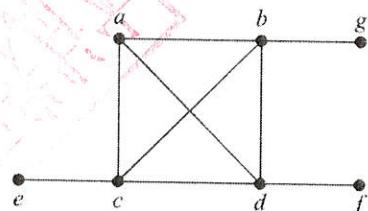


图 2

(1) 图 1 和图 2 是否为欧拉图？若是，请给出一条欧拉回路；若不是，请解释。

(2) 图 1 和图 2 是否为哈密顿图？若是，请给出一条哈密顿回路；若不是，请解释。

(3) 图 1 和图 2 是否为欧拉通路和哈密顿通路，若有，请给出一条欧拉通路或哈密顿通路。

14. 设 R 是实数集，在 R 上定义二元运算*如下：任取 $x, y \in R$ ， $x*y = xy - 2x - 2y + 6$

(1) 运算*是否满足结合律；

(2) 运算*是否有幺元和零元，如果有请求出幺元和零元；

(3) 对任何实数 x ，是否有逆元？如果有，求它的逆元，如果没有，说明原因。