广东工业大学

2019年博士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(2001)数值分析　　　　　满分100分

（考生注意：答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

一、填空题(每小题4分，共40分)

1. 近似数 $x*=3.4021$ 是通过四舍五入得到的，则 $x*$ 具有（　　）位有效数字。

2. 设 $f(x)=3x^3+x^2+1$，则差商 $f[0,1,2,3]=$（　　），　$f[0,1,2,3,4]=$（　　）。

3. 设 $x_i(i=0,1,2,3,4)$ 为互异节点，$l_i(x)(i=0,1,2,3,4)$ 是其对应的4次Lagrange插值基函数，则 $\sum_{i=0}^{4}x_i^3 l_i(x_2)=$（　　）。

4. 有5个不同节点的高斯求积公式的代数精度是（　　）次的。

5. 求积分 $\int_a^b f(x)dx$ 的4阶Newton-Cotes系数满足 $\sum_{k=0}^{4}C_k^{(4)}=$（　　）。

6. 已知方程 $x^3-2x-5=0$ 在区间[2,3]存在唯一正根，若用二分法计算，至少迭代（　　）次可以保证误差不超过 $\frac{1}{2}\times10^{-4}$。

7. 用显示欧拉法求解初值问题 $\begin{cases} y'=x^2-y \\ y(0)=0 \end{cases},(0\le x\le 0.4)$（步长为 h），则迭代公式 $y_{k+1}=$（　　），此方法的局部收敛阶为（　　）。

8. 已知 $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$，要使 $\lim_{k\to\infty}A^k=0$，则 a 应满足（　　）。

9. 设方程 $e^x=8x$，则其对应的求根法牛顿迭代公式为（　　），它具有（　　）收敛阶。

10. 求解线性方程组的 $\begin{cases} 3x_1+5x_2=1 \\ \frac{1}{5}x_1+4x_2=0 \end{cases}$ 的高斯-赛德尔迭代公式为（　　），该迭代公式迭代

矩阵的谱半径为（　　　）。

二、（10 分）设 $f(x)=\sin x$ 在 $[0,1]$ 上有定义，求在 $\Phi = span\{1,x\}$ 上的最佳平方逼近。

三、(10 分) 求一个次数不高于 2 次的多项式 $P(x)$，使得它满足 $P(1)=4, P(0)=1, P'(1)=2$，并写出其余项表达式。

四、（10 分）确定求积公式 $\int_{-2}^{2} f(x)dx \approx A_1 f(-2) + A_2 f(1) + A_3 f(0)$ 中的参数 A_1、A_2、A_3，并指出其代数精度为多少。

五、(10 分) 对于积分 $\int_0^1 \frac{x^n}{x+5}dx$，$n=0,1,2,\ldots$，试推导递推公式 $I_n = -5I_{n-1} + \frac{1}{n}$，$n=1,2,\cdots$，并分析此算法的稳定性。

六、(10 分) 证明：迭代公式 $x_{k+1} = \frac{2x_k^3 + a}{3x_k^2}$ 是计算 $\sqrt[3]{a}$ 的二阶方法；假定初值 x_0 充分靠近根，求 $\lim_{k\to\infty} \frac{\sqrt[3]{a} - x_{k+1}}{(\sqrt[3]{a} - x_k)^2}$。

七、(10 分)　证明：若 $A = (a_{i,j})_{n\times n}$ 为严格对角占优矩阵，则 A 可逆。