广东工业大学

2019 年博士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(3011)线性系统理论　　满分 100 分

（考生注意：答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

1. （8 分）已知系统的状态空间描述为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}2\\ 3\end{bmatrix}u, y=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}x+2u$，写出其传递函数 G(s).

2. （8 分）已知时不变自治系统的状态空间描述为 $\dot{x}=Ax$，请确定实参数 a 的取值范围以保证 Lyapunov 方程 $A^TP+PA=-I$ 具有正定矩阵解 P，其中 $A=\begin{bmatrix}0 & 4\\ a & -12\end{bmatrix}$，$I$ 表示 2 阶单位矩阵。

3. （8 分）已知时不变系统的状态空间描述为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u, y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x$，确定参数 a,b,c 的取值范围使系统状态完全能控且完全能观。

4. （8 分）已知系统的状态空间描述为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ a & -1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}u$，考虑状态反馈 $u=Kx$，试确定矩阵 K 及实参数 a 的取值范围使闭环系统具有极点为–1 和–2。

5. （10 分）已知系统的状态空间描述为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -3\\ 0 & 1 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\end{bmatrix}u$，试判断系统是否为状态完全能控，否则将系统按能控性分解。

6. （10 分）已知 n 阶时不变系统的状态空间描述为 $\dot{x}=Ax+Bu$。若该系统经状态反馈 $u=Kx$ 形成的闭环系统稳定，证明经线性坐标变换 $x=Wz$ 形成的以 z 为状态向量的闭环系统仍然是稳定性的。

7. （10 分）已知系统的状态空间描述为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & b\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$，$y=\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}x$，其状态观测器为 $\dot{\hat{x}}=\begin{bmatrix}-3 & 1\\ -2 & b\end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}y$，试确定实参数 b 的取值范围。

8. （10 分）考虑时不变系统 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & c\\ -1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}-1\\ -1\end{bmatrix}u$，若其状态不完全能控，试确定实参数 c 的值，并说明此时该系统是否可以通过状态反馈 $u=[1\ 1]x$ 得以镇定。

9. （10 分）已知 n 阶时不变系统 $\dot{x}=Ax$ 的 Lyapunov 函数 $V(t)=x^TPx$，其中 P 为正定矩

阵，其运动衰减系数定义为$\eta=-\frac{\dot{V}(t)}{V(t)}$，若有$\frac{dV(t)}{dt}\le -x^T x$，证明：（1）$\eta\ge\frac{1}{\lambda_{\max}(P)}$；（2）$\|x\|^2=x^T x\le\frac{V(0)}{\lambda_{\min}(P)}e^{-\frac{1}{\lambda_{\max}(P)}t}$，其中$\lambda_{\max}(P)$、$\lambda_{\min}(P)$分别表示$P$的最大、最小特征值。

10. （18分）考虑时不变系统$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$，$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$，请回答下列问题：

（1）该系统能否用输出反馈$u=Ly$达到闭环稳定（要求说明理由）；

（2）为该系统设置一个状态反馈$u=Kx$，使闭环系统的极点为$-1\pm i$（i为虚数单位）；

（3）为该系统设置一个降维观测器，使观测器的极点为实数l.