广东工业大学

2019年硕士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(602)数学分析　　　　满分150分

（考生注意：答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

一、填空题.（每个6分，共48分）

1. $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right)^n=$__________.

2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sec x\,dx=$__________.

3. $x=0$是$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{e^{\frac{1}{x}}+1}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$的__________间断点.

4. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}[\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{2\pi}{n}+\cdots+\sin\frac{(n-1)\pi}{n}]=$__________.

5. 若$f'(x)=x[f(-x)+1]$, 则$f(x)=$__________.

6. $z_{xx}+z_{yy}=0$的极坐标形式为__________.

7. $\int_L y^2\,ds=$_____, L为曲线$x=a(t-\sin t)$，$y=a(1-\cos t)$，$0\leq t\leq 2\pi$.

8. $f(x)=\frac{x^3}{x^2+2x-3}$的渐近线为__________.

二、综合题.(共102分)

1.（13分）设S为有界数集，$\sup S=a\notin S$, 证明存在严格递增数列$\{x_n\}\subset S$, 使$\lim_{n\to\infty}x_n=a$.

2.（12分）讨论$\int_1^{+\infty}\frac{\ln^n x}{x^p}dx$的敛散性，$n>0$.

3.（13分）$f(x)$在$[a,+\infty)$上连续，且$\lim_{x\to+\infty}f(x)=A$. 证明$f(x)$在$[a,+\infty)$上一致连续.

4.（12分）计算$\iint_D|\sin(x-y)|dxdy$，$D: 0\leq x\leq y\leq 2\pi$.

5.（13分）设$u_1(x)$在$[a,b]$上可积，$u_{n+1}(x)=\int_a^x u_n(t)\,dt$. 判断$\sum_{n=1}^{+\infty}u_n(x)$在$[a,b]$上是否一致收敛，并说明理由.

6.（13分）$f(x)$在$[0,2]$上连续，在$(0,2)$上可导，$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{\sin\pi x}=0$，且$\int_1^2 f(x)\,dx=f(2)$, 则$\exists c\in(0,2)$使$f''(c)=0$.

7. （13 分）判断$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{q}, & x=\frac{p}{q}, p\text{ 与 }q\text{ 为互素的正整数}, q>p,\\ 0, & x=0,1\text{ 以及}(0,1)\text{内的无理数},\end{cases}$在$[0,1]$上是否可积，并说明理由.

8. （13 分）$f(x)$在$[0,+\infty)$上可微，$\lim_{x\to\infty} f(x)+f'(x)=0$. 证明$\lim_{x\to\infty} f(x)=0$.