广东工业大学

2020年硕士学位研究生招生考试试题

考试科目（代码）名称：(602)数学分析　　　满分150分

（考生注意：答卷封面需填写自己的准考证编号，答完后连同本试题一并交回！）

一、填空题。（每题6分，共48分）

1. $\int_L y ds =$________，L为曲线$y^2=4x$，$0\le y\le 2$.

2. $\int_{-1}^{1}\frac{\sin x+|x|}{1+x^2}dx=$________.

3. $f(x,y,z)=x+y^2+z^3$在点$(1,1,1)$处沿指向点$(3,-1,2)$方向的方向导数为______.

4. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{4n^2-1^2}}+\frac{1}{\sqrt{4n^2-2^2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{4n^2-n^2}}\right)=$________.

5. $f(x,y)=2x^2+12xy+y^2$在闭域$\{(x,y)\in R^2|x^2+4y^2\le 25\}$的上最小值是______.

6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n\ln n}{n}x^n$的收敛区间为________.

7. $\Gamma(\frac{5}{2})=$________.

8. 请给出p的取值范围：________，使$\int_1^{+\infty}\frac{\ln^3 x}{x^p}dx$收敛.

二、综合题。（共102分）

1.（16分）请讨论$f(x,y)=\begin{cases}\frac{(x+y)\sin(xy)}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0,\\ 0, & x^2+y^2=0,\end{cases}$在点$(0,0)$处的连续性与可微性

2.（12分）计算$\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}}dxdy$，其中$D$是由$x=0,y=0,x+y=1$所围的区域.

3.（12分）计算$\iint_S \frac{1}{z}dS$，其中S是$x^2+y^2+z^2=a^2$被$z=h(0<h<a)$所截的顶部.

4.（15分）

1）叙述$f(x)$在区间I上一致连续的定义；

2）若$f(x),g(x)$都在区间I上一致连续且有界，证明$F(x)=f(x)g(x)$ 在I上一致连续.

5.（12分）设$f(x)$在$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导，且$f'(x)>0$．若$\lim_{x\to a^+}\frac{f(2x-a)}{x-a}$存在，证明

1）在(a,b)内$f(x)>0$；

2）在(a,b)内存在一点ξ使$\frac{b^2-a^2}{\int_a^b f(x)dx}=\frac{2\xi}{f(\xi)}$.

6.（11 分）设$x_n > 0$，$x_{n+1} \le x_n + \frac{1}{n^2}$，请讨论$\{x_n\}$是否收敛.

7.（12 分）设$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^\alpha}$收敛，$\beta > \alpha$，请讨论$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^\beta}$是否收敛.

8.（12 分）设$f(x)$在$[a,b]$上连续，$f(x) > 0$，请讨论$\sqrt[n]{f(x)}$的一致收敛性.